

# Statistika

Teorie odhadu – statistická indukce  
– Bodový odhad  $\mu$ ,  $\sigma^2$  a  $\pi$

Roman Biskup

(zapálený) statistik ve výslužbě, aktuálně analytik v praxi ;-)  
roman.biskup(at)email.cz

21. února 2012



# Obsah

Definice

Vlastnosti bodového odhadu

Výsledky matematické statistiky



# Bodový odhad

- ▶ Bodovým odhadem  $\hat{\theta}$  parametru  $\theta$  na základě náhodného výběru  $x_1, x_2, \dots, x_n$  budeme rozumět hodnotu:

$$\hat{\theta} = T(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

kde

- ▶  $T$  je náhodná veličina (statistika) vypočtená na základě hodnot náhodného výběru,
- ▶ předpis  $T$  je určen prostředky matematické statistiky tak, aby splňoval co nejvíce z „dobrých“ vlastností bodového odhadu:
  - ▶ nestrannost,
  - ▶ konzistentnost,
  - ▶ vydatnost a
  - ▶ robustnost.
- ▶ Nicméně bodový odhad, krom vlastností na něj kladených, nenese žádnou informaci o tom, jak je dobrý – kvalitní (spolehlivý).



# Bodový odhad – vlastnosti (požadavky)

- ▶ **Nestranným** odhadem parametru  $\theta$  se označuje takový odhad  $T$ , pro který platí:

$$E(T) = \theta \quad \Leftrightarrow \quad E(T - \theta) = 0$$

- ▶ střední hodnota chyby odhadu od skutečné hodnoty parametru je nulová
- ▶ pokud platí jen  $\lim_{n \rightarrow \infty} E T = \theta$  jedná se o **asymptoticky nestranný odhad**.
- ▶ **Konzistentním** odhadem parametru  $\theta$  se označuje takový odhad  $T$ , pro který platí:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|T - \theta| > \varepsilon) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(|T - \theta| < \varepsilon) = 1$$

- ▶ pro velké výběry je chyba odhadu malá (podstata v zákonu velkých čísel)
- ▶ pokud platí  $\lim_{n \rightarrow \infty} D T = 0$  a  $T$  je alespoň asymptoticky nestranným odhadem, pak je konzistentním odhadem  $\theta$ .
- ▶ **Vydatný** je takový odhad  $T$ , který má nejmenší rozptyl ze všech nestranných odhadů  $T_i$  parametru  $\theta$ .

$$D T \leq D T_i$$

- ▶ Nakonec, **robustní** je takový odhad, který není citlivý k chybám měření, apod.

# Bodový odhad – výsledky

- ▶ Nejlepším nestranným bodovým odhadem **střední hodnoty** populace pocházející z binomického, Poissonova nebo normálního rozdělení je výběrový průměr  $\bar{x}$ .
- ▶ Výběrový průměr  $\bar{x}$  je obecně nestranným a konzistentním odhadem **střední hodnoty**.
- ▶ Nejlepším nestranným bodovým odhadem **rozptylu** populace pocházející z normálního rozdělení je výběrový rozptyl  $s^2$ .
- ▶ Výběrový rozptyl  $s^2$  je obecně nestranným odhadem **rozptylu**.
- ▶ (Populační) rozptyl  $s_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$  je pouze asymptoticky nestranným bodovým odhadem **rozptylu** populace pocházející z normálního rozdělení.
- ▶ Nestranným a konzistentním odhadem parametru  $\pi$  alternativního rozdělení  $A(\pi)$  je výběrová relativní četnost:  $p$ .

