

Statistika

Teorie odhadu – statistická indukce
– Bodový odhad μ , σ^2 a π

Roman Biskup

(zapálený) statistik ve výslužbě, aktuálně analytik v praxi ;-)
roman.biskup(at)email.cz

21. února 2012



Bodový odhad

- ▶ Bodovým odhadem $\hat{\theta}$ parametru θ na základě náhodného výběru $x_1, x_2, \dots, x_n$ budeme rozumět hodnotu:

$$\hat{\theta} = T(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

kde

- ▶ T je náhodná veličina (statistika) vypočtená na základě hodnot náhodného výběru,
- ▶ předpis T je určen prostředky matematické statistiky tak, aby splňoval co nejvíce z „dobrých“ vlastností bodového odhadu:
 - ▶ nestrannost,
 - ▶ konzistentnost,
 - ▶ vydatnost a
 - ▶ robustnost.
- ▶ Nicméně bodový odhad, krom vlastností na něj kladených, nenese žádnou informaci o tom, jak je dobrý – kvalitní (spolehlivý).



Obsah

Definice

Vlastnosti bodového odhadu

Výsledky matematické statistiky



Bodový odhad – vlastnosti (požadavky)

- ▶ **Nestranným** odhadem parametru θ se označuje takový odhad T , pro který platí:

$$E(T) = \theta \quad \Leftrightarrow \quad E(T - \theta) = 0$$

- ▶ střední hodnota chyby odhadu od skutečné hodnoty parametru je nulová
- ▶ pokud platí jen $\lim_{n \rightarrow \infty} E(T - \theta) = 0$ jedná se o **asymptoticky nestranný odhad**.

- ▶ **Konzistentním** odhadem parametru θ se označuje takový odhad T , pro který platí:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|T - \theta| > \varepsilon) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(|T - \theta| < \varepsilon) = 1$$

- ▶ pro velké výběry je chyba odhadu malá (podstata v zákonu velkých čísel)
- ▶ pokud platí $\lim_{n \rightarrow \infty} D(T) = 0$ a T je alespoň asymptoticky nestranným odhadem, pak je konzistentním odhadem θ .

- ▶ **Vydatný** je takový odhad T , který má nejmenší rozptyl ze všech nestranných odhadů T_i parametru θ .

$$D(T) \leq D(T_i)$$

- ▶ Nakonec, **robustní** je takový odhad, který není citlivý k chybám měření, apod.



Bodový odhad – výsledky

- ▶ Nejlepším nestranným bodovým odhadem **střední hodnoty** populace pocházející z binomického, Poissonova nebo normálního rozdělení je výběrový průměr $\bar{x}$.
- ▶ Výběrový průměr $\bar{x}$ je obecně nestranným a konzistentním odhadem **střední hodnoty**.
- ▶ Nejlepším nestranným bodovým odhadem **rozptylu** populace pocházející z normálního rozdělení je výběrový rozptyl s^2 .
- ▶ Výběrový rozptyl s^2 je obecně nestranným odhadem **rozptylu**.
- ▶ (Populační) rozptyl $s_p^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ je pouze asymptoticky nestranným bodovým odhadem **rozptylu** populace pocházející z normálního rozdělení.
- ▶ Nestranným a konzistentním odhadem parametru π alternativního rozdělení $A(\pi)$ je výběrová relativní četnost: p .

