

Metodické pokyny pro práci s modulem Řešitel v tabulkovém procesoru Excel

Modul **Řešitel** (v anglické verzi *Solver*) je určen pro řešení lineárních i nelineárních úloh matematického programování. Pro ilustraci řešení úlohy lineárního programování pomocí tohoto modulu použijeme následující příklad:

Obchodník s bylinnými čaji nakoupil od pěstitelů a sběratelů bylin 3 kg usušené máty (5% odpadu) a 1,5 kg usušené třezalky (8% odpadu). Z těchto bylin chce připravit sáčky s hmotností 10 g jednak s čistou mátou, jednak se směsí máty a třezalky. Uvažuje dva druhy směsí, a to směs I, ve které bude poměr máty a třezalky 3:2, a směs II, ve které budou obě tyto byliny zastoupeny stejným dílem. Předpokládaný zisk z prodeje jednoho sáčku uvažovaných druhů čaje je po řadě 2 Kč, 3 Kč, 2 Kč. Kolik sáčků s mátou, se směsí I a se směsí II má obchodník z nakoupených bylin připravit, aby si jejich prodejem zajistil co největší zisk?

Neznámé veličiny v dané úloze představují počty sáčků naplněných jednotlivými druhy čajů, a to

x_1 počet sáčků s mátou

x_2 počet sáčků se směsí I

x_3 počet sáčků se směsí II

Po odečtení 5% z nakoupeného množství máty a 8% z nakoupeného množství třezalky bude k dispozici 2850 g máty a 1380 g třezalky. Omezení, která jsou dána těmito množstvími, jsou vyjádřena nerovnicemi

$$10x_1 + 6x_2 + 5x_3 \leq 2850$$

$$4x_2 + 5x_3 \leq 1380$$

Účelová funkce představuje závislost zisku na počtu sáčků s jednotlivými druhy čajů a je tedy tvaru

$$z = 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

Prvním krokem při práci s modulem **Řešitel** je příprava vstupních dat příslušného matematického modelu na list tabulkového procesoru. Uspořádání těchto dat může být v podstatě libovolné, ale musí být dodržena jistá pravidla, která optimalizační modul vyžaduje. Tabulka 1 ilustruje, jak mohou být ve spreadsheetu rozvržena vstupní data výše uvedeného příkladu (v orámovaných oblastech jsou zapsány povinné údaje; ostatní zápisy v tabulce usnadňují orientaci ve vstupních a výstupních datech řešené úlohy).

Aby bylo možné zapsat ve spreadsheetu jednotlivé omezující podmínky, je třeba nejdříve vyjádřit jejich levou stranu, a to pomocí skalárního součinu vektoru strukturálních koeficientů s vektorem neznámých.

Za předpokladu, že vektor neznámých bude uložen v buňkách B10 až D10, levá strana prvního omezení řešené úlohy je dána funkcí =SOUČIN.SKALÁRNÍ(B4:D4;B10:D10) (v anglické verzi jde o funkci SUMPRODUCT) a je zapsána do buňky G4. Zkopírováním této funkce do buňky G5 při fixaci adres buněk, ve kterých jsou uloženy jednotlivé neznámé, získáme levou stranu druhé omezující podmínky.

Účelovou funkci lineárního optimalizačního modelu lze též vyjádřit jako skalární součin vektoru koeficientů v účelové funkci s vektorem neznámých. Tento součin má pro řešenou úlohu tvar =SOUČIN.SKALÁRNÍ(B7:D7;B10:D10) a je uložen v buňce E10.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		Máta	Směs I	Směs II		PS	LS						
3													
4	Máta	10	6	5		2850	0						
5	Třezalka		4	5		1380	0						
6													
7	Zisk	2	3	2									
8													
9		Máta	Směs I	Směs II	Zisk								
10	Optimum				0								
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													

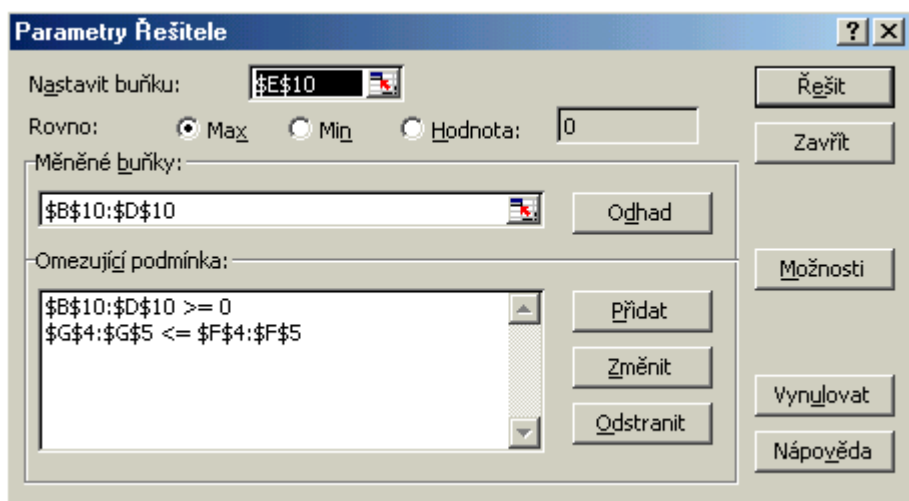
Tabulka 1

Po ukončení přípravy vstupních dat lze aktivovat vlastní optimalizační modul vyvoláním nabídky **Řešitel** v rámci menu **Nástroje** (*Tools*). V dialogovém okně „Parametry řešitele“ (*Solver Parameters*) je potom nutné zadat následující informace:

1. adresu buňky, ve které je vzorec pro výpočet hodnoty účelové funkce (Nastavit buňku - *Set Target Cell*)
2. charakter kritéria optimality, tj. Rovno: Max, Min, Hodnota (*equal to: max, min, value of*); zvolí se maximalizační nebo minimalizační charakter účelové funkce nebo - pokud jde o řešení úlohy, jejímž cílem je nalezení požadované hodnoty účelové funkce - po volbě "Hodnota" se zadá požadované číslo
3. oblast proměnných (neznámých) modelu, tj. Měněné buňky (*by Changing Cells*)
4. Omezující podmínky (*Subject to the Constraints*); po volbě Přidat (*add*) se v dialogovém okně „Přidat omezující podmínky“ zadávají tři položky, a to
 - Odkaz na buňku (*Cell Reference*), tj. adresa buňky obsahující vzorec pro výpočet levých stran jednotlivých omezujících podmínek
 - Typ omezení (*Relation*), což je jedna z možností \leq , $=$, \geq , celé (*integer*) nebo binární (*binary*)
 - Omezující podmínka (*Constraint Value*), která může být reprezentována buď adresou buňky obsahující pravou stranu příslušného omezení, nebo může být vložena z klávesnice jako konstanta

Omezující podmínky lze definovat buď každou zvlášť, nebo v bloku, jestliže jde o podmínky se stejným typem omezení. Blokovaný zápis podmínek je výhodný např. při zápisu podmínek nezápornosti jednotlivých neznámých, kdy jako "Odkaz na buňku" zadáme blok proměnných a po volbě " \geq " napíšeme jakožto "Omezující podmínku" v dalším dialogovém okénku nulu.

Okno „Parametry řešitele“ je pro řešenou úlohu zobrazeno v tabulce 2.



Tabulka 2

V dialogovém okně "Parametry řešitele" je možné nastavit ještě další parametry, a to v nabídce **Možnosti** (*Options*). V dialogovém okně "Možnosti řešitele" je možné volit především tyto parametry:

- maximální čas (*Max Time*), který představuje počet sekund, po jehož uplynutí je výpočet přerušen (standardně 100 sekund)
- iterace (*Max Iterations*), tj. počet iterací, po jehož dosažení je výpočet přerušen a uživateli je nabídnuto řešení z poslední iterace (standardně nastavený počet iterací je 100)
- přesnost (*Precision*), se kterou musí souhlasit levá a pravá strana omezující podmínky tak, aby byla tato podmínka považována za splněnou (standardní nastavení je 0.000001)
- tolerance (*Tolerance*), která představuje v procentech vyjádřenou odchylku pro celočíselné řešení (standardně 5%)
- lineární model (*Linear Model*), který je užitečné zapnout při řešení úloh lineárního programování (standardně tento přepínač není zapnut)

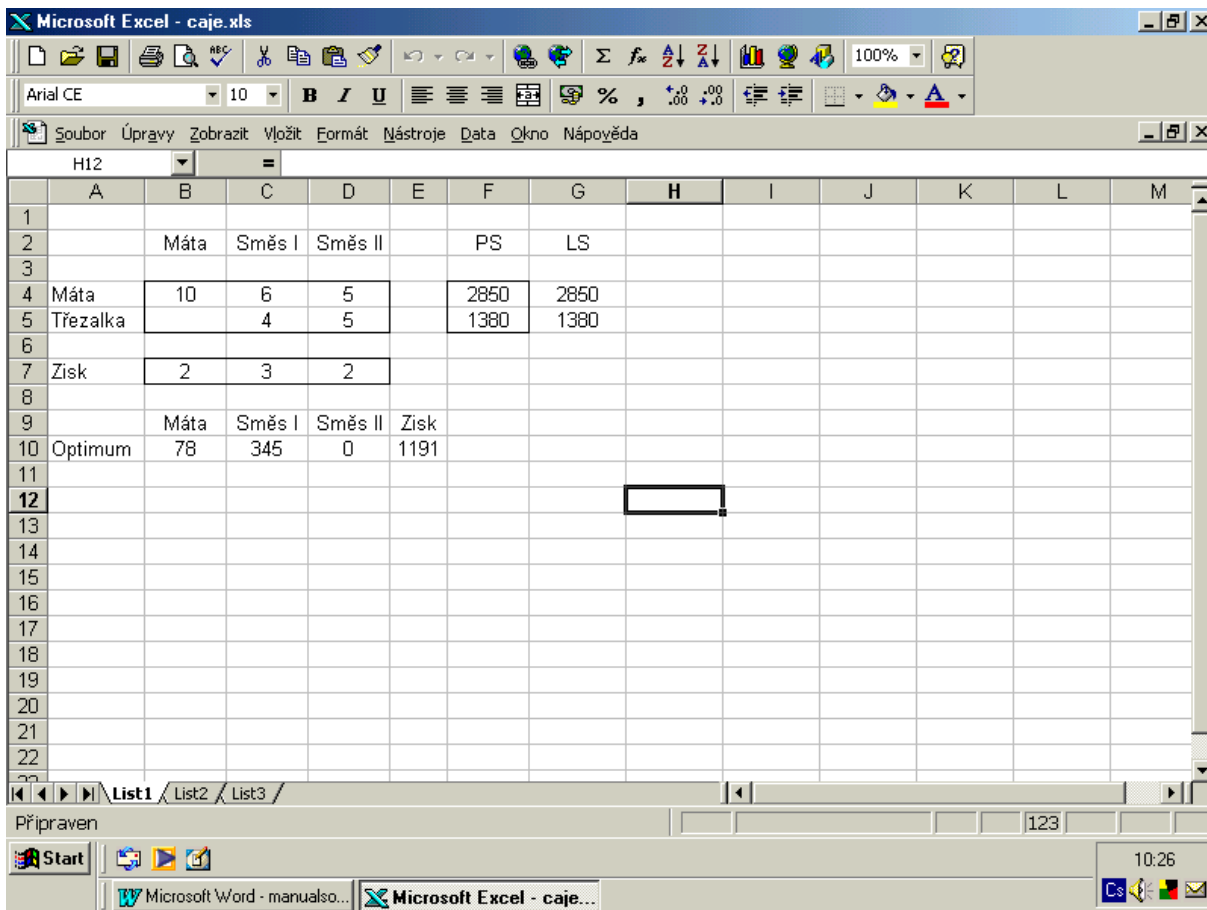
Po volbě parametrů se z okna "Možnosti řešitele" vrátíme do okna "Parametry řešitele" volbou OK a spustíme řešení zadané úlohy volbou **Řešit** (*Solve*).

Po ukončení výpočtu je zobrazeno dialogové okno "Výsledky řešení" (*Solver Results*) s informacemi o tom, zda bylo nalezeno optimální řešení ("Řešitel našel řešení, které splňuje všechny omezující podmínky" - *Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied.*) nebo zda úloha je neřešitelná ("Řešitel nenalezl vhodné řešení"). V případě řešitelnosti úlohy se v listu se vstupními daty zobrazí optimální hodnoty jednotlivých proměnných, odpovídající hodnoty levých stran omezení a odpovídající hodnota účelové funkce. Pro řešenou úlohu se tabulka 1 transformuje na tabulku 3, ze které vyplývá, že maximální zisk ve výši 1191 Kč zajišťuje výroba a prodej 78 sáčků s mátou a 345 sáčků se směsí I, ve které je 60 % máty a 40 % třezalky. Bude spotřebováno veškeré množství usušené máty i třezalky.

Pokud daná úloha má optimální řešení, v dialogovém okně "Výsledky řešení" je možné se rozhodnout pro volbu "Uchovat řešení" (*Keep Solver Solution*) nebo "Obnovit původní hodnoty" (*Restore Original Values*) a získat podrobnější informace o vypočteném optimálním řešení pomocí **Zpráv** (*Reports*), z nichž každá je umístěna do automaticky vygenerovaného samostatného listu. V nabídce jsou tři druhy zpráv:

- **Výsledková zpráva** (*Answer Report*) obsahuje jednak informace o původních a konečných hodnotách strukturálních proměnných a účelové funkce, jednak informace o vztahu mezi hodnotami pravých a levých stran jednotlivých omezujících podmínek včetně podmínek nezápornosti všech proměnných
- **Citlivostní zpráva** (*Sensitivity Report*) obsahuje intervaly stability pro pravé strany omezujících podmínek a pro koeficienty v účelové funkci.
- **Limitní zpráva** (*Limit Report*) uvádí, jak se mění hodnota optimalizačního kritéria při změně hodnot proměnných v daných mezích.

Výsledková zpráva řešené úlohy je zobrazena v tabulce 4.



Tabulka 3

Microsoft Excel 8.0 Výsledková

zpráva

List: [caje.xls]List1

Zpráva vytvořena: 13.11.2002 9:31:15

Nastavovaná buňka (Max)

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
\$E\$10	Optimum Zisk	0	1191

Měněné buňky

Buňka	Název	Původní hodnota	Konečná hodnota
\$B\$10	Optimum Máta	0	78
\$C\$10	Optimum Směs I	0	345
\$D\$10	Optimum Směs II	0	0

Omezující podmínky

Buňka	Název	Hodnota buňky	Vzorec	Stav	Odchyłka
\$G\$4	Máta	2850	\$G\$4<=\$F\$4	Platí	0
\$G\$5	Třezalka	1380	\$G\$5<=\$F\$5	Platí	0
\$B\$10	Optimum Máta	78	\$B\$10>=0	Neplatí	78

Optimum Směs I	345	Neplatí	345
Optimum Směs II	0	Platí	0

Tabulka 4